- Ex. 61 : Définition de l'exponentielle de matrice
- Ex. 40 : Inverse de $1-u$ dans une algèbre normée
- Ex. 75 : Résolution d'un système différentiel 2*2 trigonalisable

---

Exercice 969 *Résoudre, sur $\mathbb{R}$, l'équation différentielle $(x+2)y'-4y = x^2(6-x)$ qui vérifie $y(-1)=0$.*

Exercice 974 *Soit (E)l'équation différentielle : $(1+t^2)y''-2y=0$*

1. *On suppose que la fonction $S : t \to \sum_{n=0}^{+\infty} a_n t^n$ est solution de (E).*
   (a) *$\forall n \in \mathbb{N}$, déterminer une relation de récurrence entre a_{n+2}et a_n.*
   (b) *En déduire que $a_{2n}=0$ pour tout $n \geq 2$.*
   (c) *On suppose dans cette question que $S(0)=0$ et $S'(0)=1$.*
   Exprimer a_n en fonction de n, déterminer le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n t^n$
   (d) *Vérifier que $\forall t \in]-1;1[, S(t) = \frac{1}{2}(t+(1+t^2)\arctan(t))$.*
2. *Trouver une solution polynomiale de (E).*
3. *Déterminer la solution générale de (E)sur $\mathbb{R}$.*

Exercice 979 *On considère l'équation différentielle :*

$$x^2y''-6xy'+(12+x^2)y=0$$

1. *Chercher des solutions développables en série entière.*
2. *Que peut-on en déduire ?*

Exercice 982 *Résoudre l'équation différentielle linéaire homogène suivante :*

$$y'''-2y''-2y'-3y=0$$

On précisera l'ensemble des solutions réelles de cette équation.

Exercice 995 *Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction continue et g une solution non identiquement nulle de*

$$y''+f(x)y=0.$$

1. *Montrer que les zéros de g sont isolés.*
2. *Soit x_1 et x_2 deux zéros consécutifs de g vérifiant $x_1 < x_2$.*
   (a) *Montrer que $\forall x \in [x_1;x_2]$:*
   $$(x_2-x)\int_{x_1}^{x} f(t)g(t)dt + (x-x_1)\int_{x}^{x_2} f(t)g(t)dt = (x_2-x_1)g(x).$$
   (b) *En déduire une minoration de $\int_{x_1}^{x_2}|f(t)|dt$.*

Exercice 4027 Mines-Ponts MP 2004

Développer en série entière $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{1+x^2}}$.

Correction ▼ [004577]
