- Enoncé et preuve prop. 35 (matrices de $O_2(\mathbb{R})$) + prop. 38 (invariance par rapport aux bond en dim 2) + def. 39 (rotation plane).
- Enoncé et preuve prop. 25 (caractérisation des symétries orthogonales) + prop. 41 (en dim 2, les isom négatives sont les réfléxions).
- Ex 78 (propriétés des isométries vectorielles)

Exercice 1065 *Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $\forall u \in E, f(u) = u - 2\langle u; v\rangle v$ avec $v \in E$ un vecteur unitaire. Est-ce que f est une isométrie ?*

Exercice 1020 *Soit $E = \mathbb{R}_n[X]$ avec $n \in \mathbb{N}$.*

1. *Montrer l'existence et l'unicité d'un polynôme A de E tel que*
$$P(0) = \int_0^1 A(t)P(t)dt \quad \text{pour tout } P \in E.$$
2. *Établir que le polynôme A est de degré n exactement.*

Exercice 1003 *On considère l'application :*

$$(P; Q) \in \mathbb{R}_n[X] \times \mathbb{R}_n[X] \mapsto \langle P; Q\rangle = \int_0^1 \frac{P(x)Q(x)}{\sqrt{x}}dx$$

1. *Montrer que $(\mathbb{R}_n[X]; \langle .; .\rangle)$ est un espace euclidien.*
2. *Déterminer, grâce à l'algorithme de Gram-Schimdt, une base orthonormée de l'espace $\mathbb{R}_1[X]$ à partir de sa base canonique.*
3. *Déterminer le projeté orthogonal de X^2 sur $\mathbb{R}_1[X]$.*
4. *Calculer $d(X^2; \mathbb{R}_1[X])$.*

Exercice 1 *Dans un espace euclidien E, soit $f \in \mathcal{L}(E)$. Montrer que deux des trois propriétés suivantes entraînent la troisième :*

(i) *f est une isométrie vectorielle ;*

(ii) *$f^2 = -id$;*

(iii) *$f(x)$ est orthogonal à x pour tout x.*

Exercice 1080 *Déterminer card$(\mathcal{O}_n(\mathbb{R}) \cap \mathcal{M}_n(\mathbb{Z}))$.*

Exercice 997 *Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $n^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{n} \sqrt{i}\right)^2 \leq \frac{n^2(n+1)}{2}$.*