

- Ex 83 (valeurs propres de $u \circ v$ et $v \circ u$).
- Ex 73 (calcul de commutant),
- Ex 72 (endomorphismes de rang 1),

Exercice 769 Pour $a \in \mathbb{R}$ et A la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a-2 & 2 \end{pmatrix}$ Pour quelles valeurs de a la matrice A est-elle diagonalisable ? Lorsque A est diagonalisable, déterminer une base de vecteurs propres de A .

Exercice 804

1. La matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ est-elle diagonalisable ?

2. Montrer que A est semblable à $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Déterminer l'expression de A^n , pour $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2 Soit $(a; b; c) \in \mathbb{R}^3$ et $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ tel que

$$A = \begin{pmatrix} -c + 2b + 2a & -2c + 4b + 2a \\ c - b - a & 2c - 2b - a \end{pmatrix}$$

1. Calculer $A^2 + acI_2 - cA - aA$. Que peut-on en déduire sur les valeurs propres de A ?

2. Sans calculer le polynôme caractéristique de A , comparer la diagonalisabilité de A en tant que matrice de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ et de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

3. Quand c'est possible, diagonaliser A .

Exercice 760 Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $\varphi : \begin{cases} \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) & \xrightarrow{\varphi} \\ M & \mapsto M + M^T - \text{tr}(M)A \end{cases} \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ Peut-on diagonaliser φ ? Si oui, le faire.