

Exercice 756 Soit $a \in]0; 1[$. Déterminer le développement de la fonction f (2π -périodique) en série de Fourier sachant que $\forall x \in]-\pi; \pi], f(x) = \cos(ax)$. En déduire l'égalité :

$$\frac{\pi}{\tan(a\pi)} = \frac{1}{a} + 2a \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a^2 - n^2}.$$

Exercice 759 Soit f la fonction 2-périodique vérifiant $f(x) = x - x^3$ pour tout $x \in]-1; 1[$.

1. Déterminer les coefficients de Fourier de f .

2. En déduire la somme de la série $\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{(2p+1)^3}$.

Exercice 760 Soit f la fonction 4π -périodique impaire vérifiant

$$\forall x \in]0; 2\pi], f(x) = \max(\pi - |x|; 0)$$

1. Déterminer les coefficients de Fourier de f .

2. En déduire que $\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} = \frac{\pi}{2} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{2p}}{2p+1}$.