

COURS

- Pour deux fonctions f et g continues et positives sur $]a, b]$ telles que $f(t) \underset{t \rightarrow a}{\sim} g(t)$, les implications suivantes sont-elles vraies?

$$\int_a^b g \text{ converge} \implies \int_a^b f \text{ converge}$$

$$\int_a^b g \text{ diverge} \implies \int_a^b f \text{ diverge}$$

- Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Énoncer une condition nécessaire et suffisante pour que l'intégrale $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ soit convergente, et préciser sa valeur en cas de convergence.

- Si I est de la forme $[a; b[$ et $f \in \mathcal{C}^0(I, \mathbb{C})$, que signifie "l'intégrale $\int_a^b f$ est convergente"?

EXERCICES

1261 ~~Exercice 580~~

1. Montrer que l'intégrale impropre $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1-x}{1+x^2} dx$ est divergente.

2. Montrer que quand x tend vers $+\infty$ l'intégrale $\int_{-x}^x \frac{1-t}{1+t^2} dt$ a une limite finie qu'on calculera.

3. Que retenir de cet exercice ?

1264 **Exercice 583** Nature de $\int_0^{+\infty} t + 2 - \sqrt{t^2 + 4t + 1} dt$?

1265 **Exercice 584** Montrer que $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(t)}{t^2} dt$ converge. Calculer sa valeur.

1276 **Exercice 596** Nature de $\int_0^1 \frac{t^2 + 1}{\sqrt{|t|}} e^{-|t|} dt$?

Exercice 1257 Étudier la nature des intégrales suivantes :

1. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(t)}{t} dt$

2. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(t) - \frac{\pi}{2}}{t} dt$

3. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(t)}{t} - \frac{\pi}{2(1+t)} dt$