

★ Pour toute suite complexe  $(v_n)_{n \geq n_0}$ , énoncer et démontrer une condition nécessaire et suffisante pour que la série  $\sum_{n \geq n_0} v_{n+1} - v_n$  soit convergente, et préciser sa somme en cas de convergence.

★ Pour tout complexe  $q$ , énoncer et démontrer une condition nécessaire et suffisante pour que la série  $\sum_{n \geq 0} q^n$  soit convergente, et préciser sa somme en cas de convergence.

★ Pour deux suite  $(u_n)$  et  $(v_n)$  positives telles que  $u_n = o(v_n)$   $_{n \rightarrow +\infty}$  implications suivantes sont-elles vraies?

$$\sum u_n \text{ converge} \implies \sum v_n \text{ converge}$$

$$\sum u_n \text{ diverge} \implies \sum v_n \text{ diverge}$$

★ Pour toute suite complexe  $(v_n)_{n \geq n_0}$ , énoncer une condition nécessaire et suffisante pour que la série  $\sum_{n \geq n_0} v_{n+1} - v_n$  soit convergente, et préciser sa somme en cas de convergence.

**Exercice 1194** Étudier la convergence de la série de terme général

$$u_n = (-1)^n n^2 \sin\left(\frac{1}{n^2}\right), n \in \mathbb{N}^*$$

**Exercice 1195** Montrer que la série  $\sum \ln\left(\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}\right)$  est convergente et calculer sa somme ( $n \geq 1$ ).

**Exercice 1196** Discuter, en fonction du paramètre  $\alpha$ , la nature de

$$\sum_{n \geq 1} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \alpha \sin\left(\frac{1}{n}\right)$$

**Exercice 1200** Déterminer la nature de la série dont le terme général est

$$u_n = \frac{1}{n^\alpha + \arctan(n)}, \text{ avec } \alpha \in \mathbb{R}.$$

**Exercice 1218** 1. Justifier que la somme  $S = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n-2}}$  est finie.

2. Calculer cette somme.

**Exercice 1265** Montrer que  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(t)}{t^2} dt$  converge. Calculer sa valeur.

## Énoncé exercice 28

N.B. : les deux questions sont indépendantes.

1. La fonction  $x \mapsto \frac{e^{-x}}{\sqrt{x^2 - 4}}$  est-elle intégrable sur  $]2, +\infty[$ ?

2. Soit  $a$  un réel strictement positif.

La fonction  $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{1 + x^{2a}}}$  est-elle intégrable sur  $]0, +\infty[$ ?

**Exercice 583** Nature de  $\int_0^{+\infty} t + 2 - \sqrt{t^2 + 4t + 1} dt$  ?