

- ★ Qu'est-ce qu'une série alternée?
 - ★ Énoncer le théorème des séries alternées.
 - ★ Pour deux suite (u_n) et (v_n) positives telles que $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$, les implications suivantes sont-elles vraies?

$$\sum v_n \text{ converge} \implies \sum u_n \text{ converge}$$

$$\sum v_n \text{ diverge} \implies \sum u_n \text{ diverge}$$
 - ★ Énoncer le critère de comparaison série-intégrale.
-

- ★ Preuve partielle du critère de d'Alembert (I) : pour toute suite réelle strictement positive $(u_n)_{n \geq n_0}$, montrer que si $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell \in [0; 1[$, alors la série $\sum_{n \geq n_0} u_n$ est convergente.
 - ★ Preuve partielle du critère de d'Alembert (II) : pour toute suite réelle strictement positive $(u_n)_{n \geq n_0}$, montrer que si $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell \in]1; +\infty[$, alors la série $\sum_{n \geq n_0} u_n$ est divergente.
 - ★ Preuve partielle du théorème des séries alternées : montrer que pour toute suite $(u_n)_{n \geq 0}$, si la suite $(|u_n|)_{n \geq 0}$ converge en décroissant vers 0, alors la série alternée $\sum_{n \geq 0} (-1)^n |u_n|$ est convergente.
-

Exercice 1204 Montrer que la série $\sum_{n \geq 1} 2^{\left(\frac{1}{2n-1}\right)} - 2^{\left(\frac{1}{2n+1}\right)}$ est convergente puis calculer sa somme.

Exercice 1214 En exploitant une comparaison série-intégrale, déterminer

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a}{n^2 + a^2}.$$

Exercice 1219 Déterminer la nature de la série de terme général

$$u_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

Exercice 1221 Montrer que $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 8^n}{(2n)!}$ est un réel négatif.