

- Pour tous entiers strictement positifs n, p , pour toutes matrices A et B de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, pour tout scalaire $\lambda \in \mathbb{K}$,
- $$(\lambda A + B)^T = \dots\dots\dots$$
- Pour tous entiers strictement positifs n, p , pour toute matrice $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$,
- $$(A^T)^T = \dots\dots\dots$$
- Pour tous entiers strictement positifs n, p, q , pour toutes matrices $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $B \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$,
- $$(AB)^T = \dots\dots\dots$$
- Pour tout entier strictement positif n , pour toute matrice $A \in \text{GL}_n(\mathbb{K})$,
- $$(A^{-1})^T = \dots\dots\dots$$
- Donner une condition nécessaire et suffisante en termes de déterminant pour qu'une famille de n vecteurs de E (où E est un espace vectoriel de dimension n) soit une base de E .
- Donner une condition nécessaire et suffisante en termes de déterminant pour qu'une matrice carrée soit inversible.
- Si A est une matrice carrée, λ un réel et $B = \lambda A$, quel est le lien entre $\det(A)$ et $\det(B)$?
- Qu'appelle-t-on la « trace » d'une matrice carrée A , notée $\text{Tr}(A)$?
- Pour tout endomorphisme f d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel E de dimension finie, qu'appelle-t-on la « trace » de f , notée $\text{Tr}(f)$?
-

Exercice 1159 Soit $A, X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Déterminer les X tel que $X + X^T = \text{Tr}(X)A$.

Exercice 1161 Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P(X) = \frac{1}{2}(A^2 - 3I_4)$ et $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $P(A)$.
2. Est-ce que A est inversible ? Si oui exprimer A^{-1} .

Exercice 1162 Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P(X) = (A + I_3)^3$ et $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $P(A)$.
2. Est-ce que A est inversible ? Si oui exprimer A^{-1} .

Exercice 1163 Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Montrer qu'il existe deux réels a et b que l'on déterminera tels que $A^2 = aA + bI_3$.
2. Est-ce que A est inversible ? Si oui, exprimer A^{-1} .